# *1999*
# *Rallye*
# *Épreuve officielle*
# *Solutions*

**Exercice n° 1 : ( 5 points)**

## *Chacun sa place*

Soit x le cinquième nombre de la liste, alors le sixième est 1995 - x ; d'où la liste :

( … ; … ; … ; 4 ; x ; 1995 – x ; 4 ; x ; 1995 – x ; 4 ; x ; 1995 – x )

Le douzième est 12 donc 1995 – x = 12 ; x = 1983 ; **le huitième nombre de la liste est 1983**.

**Exercice n° 2 : ( 5 points)**

## *En connaître un rayon*

Soit r et R les rayons respectifs des cercles de centres O' et O.
OO' = R – r ; CD = 2R – 2r = 13 cm d'où OO'= 6,5 cm.

Dans le triangle O'OB rectangle en O, d'après Pythagore, $O'B^2 = OB^2 + OO'^2$ donc $r^2 = (R - 7)^2 + (6,5)^2$

Soit, comme R = r + 6,5, $r^2 = (r - 0,5)^2 + (6,5)^2$,

en résolvant cette équation, r = 42,5 cm et R = 49 cm.

**Exercice n° 3 : (8 points)**

## *Collé serré*

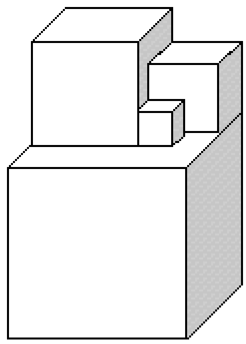
### *Aire totale des 4 cubes :*

$6\times5\times5+6\times3\times3+6\times2\times2+6\times1\times1 = 234$ (en $cm^2$ );

Aire des faces accolées :

$2\times3\times3+4\times2\times2+6\times1\times1 = 40$ (en $cm^2$ );

**Aire totale de la configuration : 234 $cm^2$ – 40 $cm^2$ = 194 $cm^2$.**



**Exercice n° 4 : ( 5 points)**

## *En finir avec les vendredis 13*

On indique dans un tableau les jours possibles où peut tomber le 13 de chaque mois.

Première possibilité : Février a 28 jours

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Janvier | D | L | M | Me | J | **V** | S |
| Février | Me | J | **V** | S | D | L | M |
| Mars | Me | J | **V** | S | D | L | M |
| Avril | S | D | L | M | Me | J | **V** |
| Mai | L | M | Me | J | **V** | S | D |
| Juin | J | **V** | S | D | L | M | Me |
| Juillet | S | D | L | M | Me | J | **V** |
| Août | M | Me | J | **V** | S | D | L |
| Septembre | **V** | S | D | L | M | Me | J |
| Octobre | D | L | M | Me | J | **V** | S |
| Novembre | Me | J | **V** | S | D | L | M |
| Décembre | **V** | S | D | L | M | Me | J |
| **Nombre de vendredis 13** | **2** | **1** | **3** | **1** | **1** | **2** | **2** |

Seconde possibilité : Février a 29 jours

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Janvier | D | L | M | Me | J | **V** | S |
| Février | Me | J | **V** | S | D | L | M |
| Mars | J | **V** | S | D | L | M | Me |
| Avril | D | L | M | Me | J | **V** | S |
| Mai | M | Me | J | **V** | S | D | L |
| Juin | **V** | S | D | L | M | Me | J |
| Juillet | D | L | M | Me | J | **V** | S |
| Août | Me | J | **V** | S | D | L | M |
| Septembre | S | D | L | M | Me | J | **V** |
| Octobre | L | M | Me | J | **V** | S | D |
| Novembre | J | **V** | S | D | L | M | Me |
| Décembre | S | D | L | M | Me | J | **V** |
| **Nombre de vendredis 13** | **1** | **2** | **2** | **1** | **1** | **3** | **2** |

**Nombre maximum de vendredis 13 qui peuvent apparaître dans une année :** **3**

**Exercice n° 5 : (8 points)**

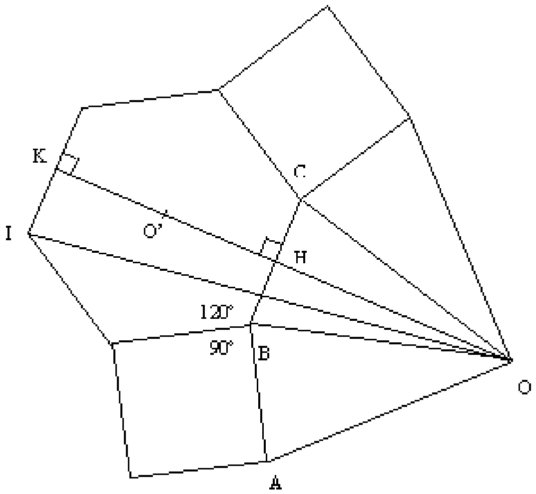
## *Mosaïque*

Le polygone central a tous ses côtés de même longueur et ses angles de même mesure égale à 360 – ( 120 + 90 )soit à 150°  ; c'est donc un polygone régulier.

Soit O le centre de son cercle circonscrit ;

l'angle au centre BOC mesure 180 – 150 soit 30° ; 360 / 30 = 12°,

**le polygone régulier central est donc un dodécagone régulier.**




Soit OI le rayon du plus petit disque dans lequel est contenu le motif.

En considérant des triangles rectangles, on a :

OH = tan 75° ;

HK = 2 HO' = $2 \times \frac{2\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3}$ ;

$OK = \tan 75° + 2\sqrt{3}$ ;

$OI^2 = OK^2 + KI^2 = (\tan 75° + 2\sqrt{3})^2 + 1^2$ .

**OI ≈ 7,27 cm** (arrondi au centième)

**Exercice n° 6 : (12 points)**

## *L'héritage du Cheik*

| Nombre de chameaux à partager | Fractions | Nombre de chameaux attribués à chacun |
|---|---|---|
| 3 | $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{4}$ | 1, 1, 1 |
| 5 | $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{6}$<br>$\frac{1}{2}$ $\frac{1}{6}$ $\frac{1}{6}$ | 2, 2, 1<br>3, 1, 1 |
| 7 | $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{8}$ | 4, 2, 1 |
| 9 | $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{5}$ $\frac{1}{5}$ | 5, 2, 2 |
| 11 | $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{12}$ | 6, 4, 1<br>6, 3, 2 |

| | | |
|---|---|---|
| | $\frac{1}{2} \quad \frac{1}{4} \quad \frac{1}{6}$<br>$\frac{1}{3} \quad \frac{1}{3} \quad \frac{1}{4}$ | 4, 4, 3 |
| 17 | $\frac{1}{2} \quad \frac{1}{3} \quad \frac{1}{9}$ | 9, 6, 2 |
| 19 | $\frac{1}{2} \quad \frac{1}{4} \quad \frac{1}{5}$ | 10, 5, 4 |
| 23 | $\frac{1}{2} \quad \frac{1}{3} \quad \frac{1}{8}$ | 12, 8, 3 |
| 41 | $\frac{1}{2} \quad \frac{1}{3} \quad \frac{1}{7}$ | 21, 14, 6 |

**Exercice n° 7 : (5 points)**

## *Spécial seconde*

## *Comptez malin*

```
1   2   3   4   5   6   7   8
*   *   *   *   *   *   *   *
    *   *   *   *   *   *
   14  13  12  11  10   9
```

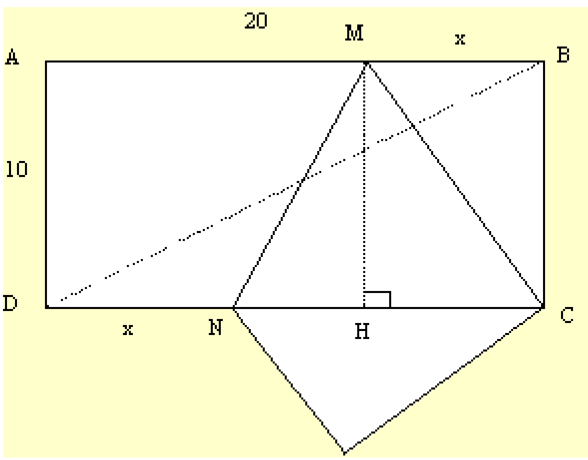
En comptant comme proposé, on revient au point de départ après avoir compté 14 enveloppes. La place de la $1999^{\text{ème}}$ enveloppe est donc obtenue en prenant le reste de la division de 1999 par 14 ; il s'agit de la $11^{\text{ème}}$ place ;

c'est à dire **la cinquième enveloppe à partir de la gauche**.

**Exercice n° 8 : ( 8 points)**

## *Spécial seconde*

## *Diagopli*



1) On mesure : $\dfrac{MN}{BD} \approx \dfrac{1}{2}$.

BD = $\sqrt{20^2 + 10^2} = \sqrt{500} = 10\sqrt{5}$ ;

en posant MB = x, on a $MC^2 = MB^2 + BC^2$ , soit $(20 – x)^2 = x^2 + 10^2$ d'où **<u>x = 7,5.</u>**

Pour raisons de symétries, NH = 20 – 2x = 5.

$MN^2 = NH^2 + MH^2 = 5^2 + 10^2 = 125$ ; MN = $\sqrt{125} = 5\sqrt{5}$ ; on a donc $\dfrac{MN}{BD} = \dfrac{5\sqrt{5}}{10\sqrt{5}} = \dfrac{1}{2}$

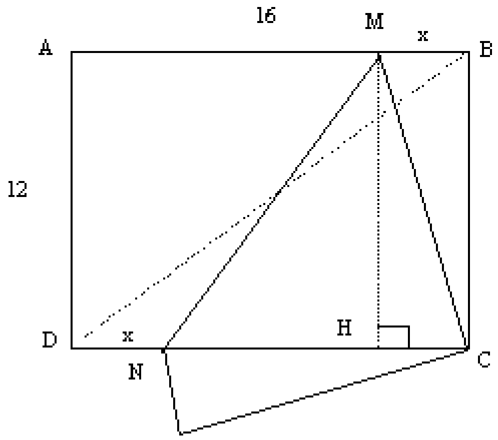
(On peut remarquer que $\dfrac{MN}{BD} = \dfrac{AD}{AB}$ .)

2) On mesure : $\dfrac{MN}{BD} \approx \dfrac{3}{4}$.

BD = $\sqrt{16^2 + 12^2} = 20$; on a $MC^2 = MB^2 + BC^2$, soit $(16 – x)^2 = x^2 + 12^2$ d'où **<u>x = 3,5.</u>**

$MN^2 = NH^2 + MH^2 = 9^2 + 12^2 = 225$ ; MN =15 ;

$\dfrac{MN}{BD} = \dfrac{15}{20} = \dfrac{3}{4} = \dfrac{12}{16} = \dfrac{AD}{AB}$.




3) <u>Théorème " du pli "</u> : **Le rapport " pli sur diagonale " est égal au rapport " largeur sur longueur ".**