

Un problème de rond de serviette



Fiche d'identification

Niveau d'enseignement	3 ^e (fin de cycle 4)
Type d'activité	Travail en groupe (2 ou 3 élèves par groupe)
Durée	1h30 (\pm 30 min suivant le niveau de classe ou objectifs)
Objectifs pédagogiques généraux	Modélisation à l'aide de solides usuels vus au cycle 4 Utiliser, produire et mettre en relation différentes représentations de solides étudiés au cours du cycle (sphères/boules, cylindre) et leurs sections planes. Développer sa vision de l'espace. Travail sur le calcul de volumes. Révision du théorème de Pythagore (version 4 ^e) Utilisation d'un tableur pour traiter/exploiter des données Résoudre des problèmes issus de la vie quotidienne
Modalités	Activité faisable en salle classique tout comme en salle informatique (suivant le choix d'inclure ou non la partie tableur)
Dispositif technique	Possibilité de vidéo-projeter un échantillon de résultats « tableur » Possibilité d'utiliser de vrais ronds de serviette et de les immerger dans un récipient d'eau.
Liste des fichiers	Document prof / document élève



Les documents distribués aux élèves

Un problème de rond de serviette

Fiche élève

Niveau : 3^e – 2^{de} – 2^{de} Pro

Lien avec le programme : attendus de fin de 3e - L'élève calcule le volume d'une boule. Il calcule les volumes d'assemblages de solides étudiés au cours du cycle 4. Utiliser, produire et mettre en relation différentes représentations de solides étudiés au cours du cycle 4 (sphères/boules, cylindre) et leurs sections planes. Développer sa vision de l'espace.

Compétences du CRCN :

Traiter des données (niv2) : *insérer, saisir des données dans un tableur pour les exploiter*

Traiter des données (niv3) : *appliquer une formule simple pour résoudre un problème*

Situation

Un menuisier a fabriqué deux jolis ronds de serviettes en bois.

Pour cela, il s'est servi de deux boules de bois de respectivement 5 cm et 6 cm de diamètre, comme sur la figure ci-après.

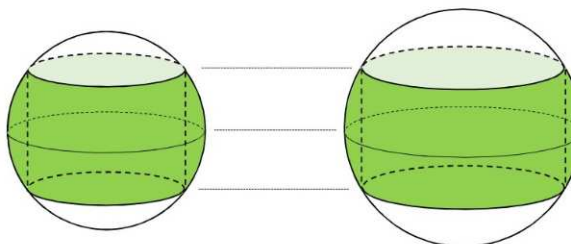
Les deux ronds de serviette ont la même hauteur : 3 cm. Ils sont symétriques par rapport au plan passant par l'équateur de la boule.

Le « trou » de chaque rond de serviette est un cylindre.



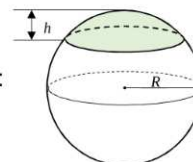
Problématique

Quel rond de serviette contient le plus de bois ?



Aide : on admet que le volume délimité par une calotte sphérique de hauteur h sur une sphère de rayon R est donné par la formule :

$$V = \frac{\pi}{3} h^2 (3R - h) \text{ (unités de volume).}$$



Point info :

Le résultat trouvé est vrai quelque soit le diamètre de la boule dans laquelle on fabrique le rond de serviette !

En géométrie, ce problème est appelé le problème du rond de serviette.

Une version de ce problème est posée au XVII^e siècle dans les mathématiques japonaises par Seki Kōwa.



Fiche professeur

Niveau de la classe	3 ^e (fin de cycle 4)
Place dans la progression, moment de l'étude	Pendant ou après le chapitre « géométrie dans l'espace » (étude des sphères et boules)
Compétences mathématiques	Modéliser - Raisonner - Calculer - Communiquer
Compétences de modélisation travaillées	T1 : Interroger le modèle au regard de la situation T2 : Mobiliser un cadre mathématique permettant de modéliser. T3 : Expliciter les choix et les renoncements effectués lors d'une modélisation.
Pré-requis	Formule du volume d'un cylindre, d'une boule, théorème de Pythagore

Un problème de rond de serviette

Fiche professeur

Niveau : 3^e – 2^{de} – 2^{de} Pro

Déroulement de la séance : les élèves sont regroupés par deux ou trois.
Les sujets sont distribués à chaque élève et trois phases peuvent être mises en place.



1ère phase : recherches sur une feuille

Durant cette phase, les élèves mettent en avant les contraintes, formules utiles et la stratégie à mettre en place pour répondre à la problématique.



Aide possible / différenciation :

- vue « explosée » du rond de serviette qui rend visible les différents solides qui interviennent dans l'exercice
- Rappel des formules

Cette différenciation peut être mise en place par le biais d'un document joint et distribuable ou sur demande de l'élève.

De vrais ronds de serviettes peuvent être fabriqués en bois (en atelier en 2nde pro ou avec des 3^e préparateurs). Ces ronds de serviettes pourront être immergés dans un récipient suffisamment étroit pour observer le surplus de niveau d'eau.

2ème phase : mise en commun des premiers résultats

Durant cette phase, une série de résultats peuvent être mis en commun. Le but étant de donner un rythme à l'activité et éviter l'enlisement de certains groupes un peu plus faibles ou à court d'idée.

Durant cette phase, une discussion pourra être instaurée sur la pertinence ou les imprécisions concernant l'immersion du rond de serviette dans un récipient d'eau.

Il est aussi envisageable que quelques groupes aient suffisamment d'avance pour commencer à répondre à la problématique. Il sera peut-être judicieux de prévoir l'organisation en quinconce des phases 2 et 3.

3ème phase : utilisation d'un tableur

Durant cette phase, des compétences du CRCN pourront être validées.

Compétence *traiter des données (niv2)* : insérer, saisir, et trier des données dans un tableur pour les exploiter et traiter des données (niv3) : appliquer une formule simple pour résoudre un problème

Les élèves auront à utiliser des formules tableur afin de retranscrire les calculs de volumes des solides en fonction du rayon des deux ronds de serviette.

Une fois le travail réalisé avec les deux rayons proposés par l'activité, chaque groupe pourra faire varier le rayon et ainsi valider / invalider la conjecture émise au début de l'exercice.



Fiche technique

Dans le cas de la mobilisation d'outils numériques, préciser quelques éléments spécifiques d'aide à leur utilisation.

Utilisation d'un tableur

Document utilisable à remettre aux élèves

Utilisation d'un tableur :

1. Ouvrir une feuille de classeur sur un tableur
2. Observer la capture suivante :

Le rond de serviette		
	Boule n°1	Boule n°2
Rayon de la boule	2,5	3
Volume de la boule	65,4498469497874	113,097335529233
Volume de la calotte	6,80678408277789	17,6714586764426
Volume des 2 calottes	13,6135681655558	35,3429173528852
Rayon du cylindre R²=	4	6,75
Volume du cylindre	37,6991118430775	63,6172512351933
Volume du rond	14,1371669411541000000	14,1371669411541000000

a) Présenter de la même façon, en inscrivant les formules informatiques permettant de calculer les volumes indiqués sur l'exemple précédent.

Aide : on pourra utiliser la constante **PI()** dans les formules.

b) Comparer les résultats en changeant les valeurs des rayons.



Scénario d'usage

Phase	Acteur	Description de la tâche	Situation	Durée	Tâche de modélisation travaillée
1	Élèves	Les élèves émettent une conjecture. De vrais ronds de serviettes peuvent être fabriqués en bois (en atelier en 2 ^{nde} pro ou avec des 3 ^e prépa-métiers). Ces ronds de serviettes pourront être immergés dans un récipient suffisamment étroit pour observer le surplus de niveau d'eau.	Conjecture	5-10 min	la tâche T1 liée à la modélisation est réalisée : interroger le modèle au regard de la situation.
2	Élèves	Les élèves mettent en avant les contraintes, formules utiles et la stratégie à mettre en place pour répondre à la problématique.	Recherches sur une feuille. Aide possible / différenciation	20-25 min	T2 : Mobiliser un cadre mathématique permettant de modéliser
3	Élèves et Professeur	Une série de résultats peuvent être mis en commun. Le but étant de donner un rythme à l'activité et éviter l'enlèvement de certains groupes un peu plus faibles ou à court d'idée. Discuter de la pertinence ou des imprécisions concernant l'immersion du rond de serviette dans un récipient d'eau.	Mise en commun des premiers résultats	15 min	T3 : Expliciter les choix et les renoncements effectués lors d'une modélisation.
4	Élèves et Professeur	Les élèves utilisent un tableur pour émettre / confirmer leur conjecture. Des compétences du CRCN pourront être validées.	Utilisation d'un tableur	20 min	
5	Élèves et Professeur	Mise en place d'un débat mathématique juxtaposant les conjectures des élèves avec la conclusion insolite de l'activité,	Conclusion de l'activité	15 min	



Traces de travaux d'élèves

Des exemples de ce que les élèves ont produit lors des passations.



Compte-rendu d'expérimentation

Indiquer ici les observations que vous avez pu faire lors des tests, et qui pourraient servir de points de vigilance