

# Notion de dimension d'une fractale

La notion de dimension semble simple : "une figure dans le plan qui possède une surface est de dimension 2 et une figure dans l'espace qui possède un volume est de dimension 3". En fait tout n'est pas si simple.

Le but de cet atelier est de préciser la notion de dimension et d'essayer de trouver la dimension d'une fractale particulière.

## I. Pourquoi un carré est-il de dimension 2 ?

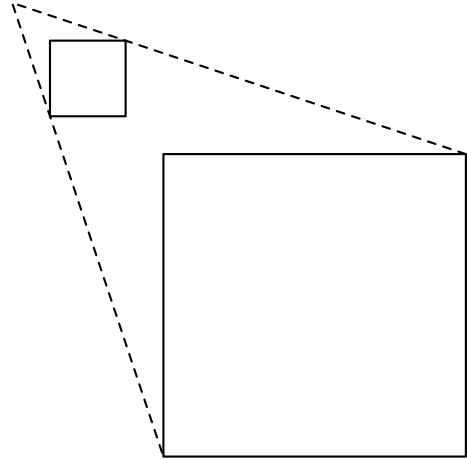
Pour déterminer la dimension d'un carré, on l'agrandit. Dans la représentation ci-contre, le coefficient d'agrandissement est  $k =$

On obtient alors un carré agrandi. On peut placer un certain nombre de fois le petit carré dans le grand. On note  $N$  cette valeur. Ici, on  $N =$

### Définition :

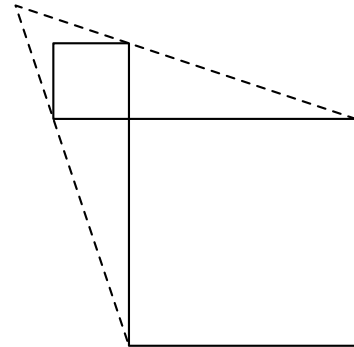
La dimension du carré est la valeur  $d$  telle que  $N = k^d$ .

Ainsi, pour le carré, on obtient  $d =$



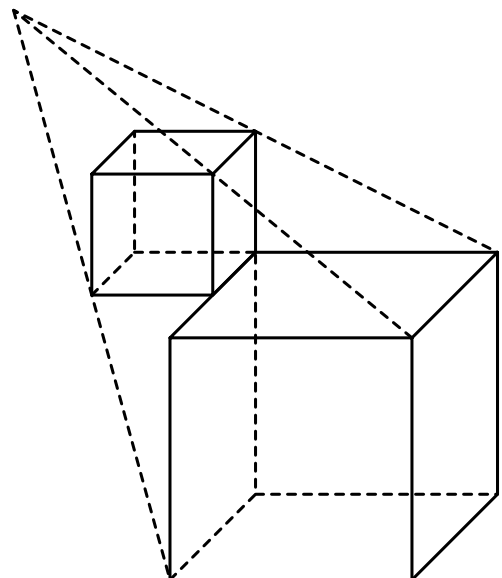
Mais que ce passe-t-il si on avait choisi un autre coefficient d'agrandissement ?

1. Reprendre la démarche précédente avec l'agrandissement ci-contre et déterminer la dimension obtenue.
2. Que constatez-vous concernant la dimension d'un carré ?



## II. La dimension d'un cube

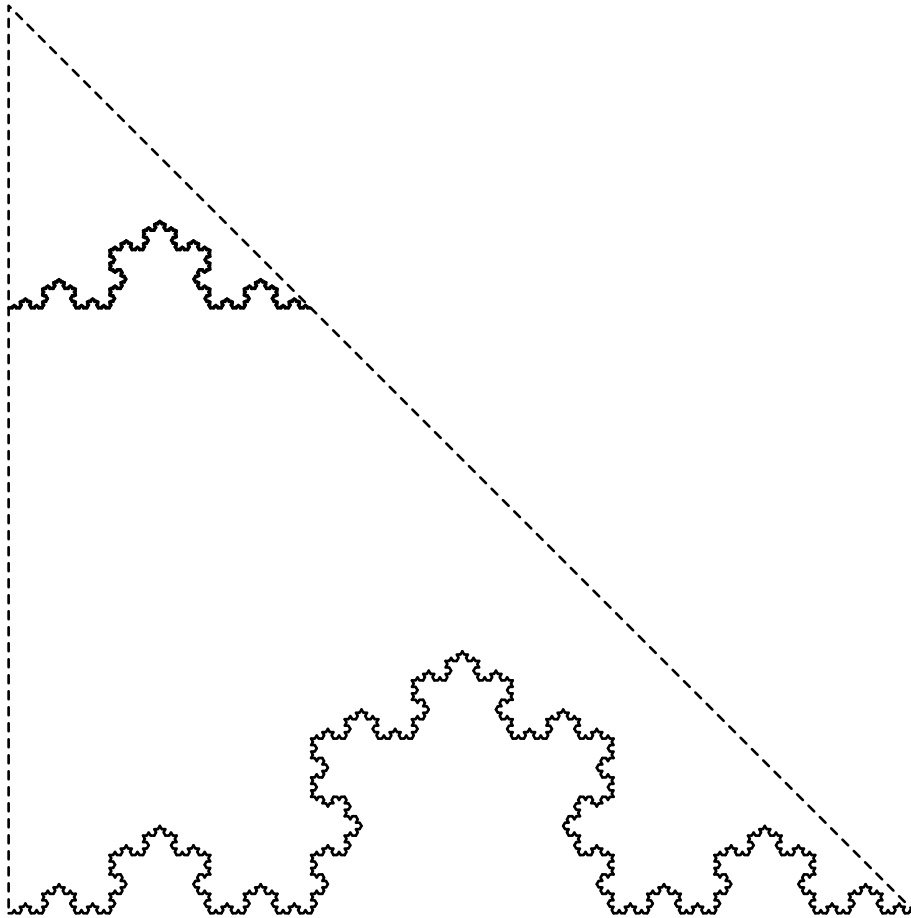
1. Dans la figure ci-contre, quel est le coefficient  $k$  d'agrandissement ?
2. Dans le grand cube, on peut placer un nombre  $N$  de fois le cube initial. On a  $N =$
3. En prenant la définition de la dimension, retrouver la dimension d'un cube.



### III. La dimension du flocon de Von Koch

Dans le cas d'une fractale, la définition de la dimension reste identique. Nous allons tenter de déterminer la dimension du flocon de Von Koch.

1. Dans la figure ci-dessous, quel est le coefficient  $k$  d'agrandissement ?



2. Dans le grand flocon, on peut placer un nombre  $N$  de fois le motif initial. On a  $N =$
3. Si on note  $d$  la dimension du flocon de Von Koch, quelle relation numérique peut-on écrire entre  $k$ ,  $N$  et  $d$  ?
4. Que peut-on dire de la dimension du flocon de Von Koch ?
5. À l'aide de votre calculatrice, essayer de déterminer une approximation de la dimension du flocon de Von Koch.